17372

कुल पृष्ठ संख्या–32 (कवर पेज सहित)

क्रम संख्या

माध्यमिक शिक्षा बोर्ड, राजस्थान, अजमेर

उच्च माध्यमिक परीक्षा

भाग में अपना नामांक नहीं लिखें।

माध्यम – हिन्दी ✓ अंग्रेजी ☐

विषय गणित

परीक्षा का दिन शनिवार

दिनांक 23-03-24

नोट :– परीक्षार्थी के लिए आवश्यक निर्देश इस पृष्ठ के पिछले भाग पर उल्लेखित हैं। जिन्हें सावधानी पूर्वक पढ़ लें व पालना अवश्य करें।

परीक्षक हेतु निर्देश :– (1) परीक्षक को उपरोक्त सारणी अनुसार प्राप्तांक भरना अनिवार्य हैं, अन्यथा नियमानुसार दंडित किया जायेगा।

(2) परीक्षक उत्तर पुस्तिका के अन्दर के पृष्ठों के बायीं ओर निर्धारित कॉलम में लाल इंक से अंक प्रदत करें।

(3) कुल योग भिन्न में प्राप्त होने पर उसे पूर्णांक में ही परिवर्तित कर अंकित करें (उदारणार्थ : 15 ¼ को 16, 17 ½ को 18, 19 ¾ को 20)

प्रश्नवार प्राप्तांकों की सारणी (परीक्षक के उपयोग हेतु)

प्रश्नों की क्रम संख्या	प्राप्तांक	प्रश्नों की क्रम संख्या	प्राप्तांक
1	15	19	3
2	7	20	4
3	10	21	4
4	2	22	4
5	2	23	1
6	2	24	
7	2	25	
8	2	26	
9	2	27	
10	2	28	
11	2	29	
12	2	30	
13	2	31	
14	2	योग	80
15	2	प्राप्त अंकों का कुल योग (Round off)	
16	3	अंकों में	शब्दों में
17	3	80	अस्सी
18	3		

परीक्षक के हस्ताक्षर ..... संकेतांक 32835

प्रमाणित किया जाता है कि इस उत्तर पुस्तिका के निर्माण में 58 जी.एस.एम. ईको मैपलिथो कागज ही उपयोग में लिया गया है।175/2023

परीक्षार्थियों के लिए आवश्यक निर्देश

1. समस्त प्रश्नों का हल निर्धारित शब्द सीमा में इसी उत्तर पुस्तिका में करना है। विशेष परिस्थिति में अतिरिक्त उत्तर पुस्तिका, उत्तर पुस्तिका भरी हुई होने पर पर्यवेक्षक एवं वीक्षक की अनुशंषा पर ही उपलब्ध कराई जायेगी।
2. प्रश्न–पत्र पर निर्धारित स्थान पर अपना नामांक लिखें।
3. प्रश्न–पत्र हल करने के पश्चात् जिस पृष्ठ पर हल समाप्त होता है, उस पर अन्त में "समाप्त" लिखकर अन्त के सभी रिक्त पृष्ठों को तिरछी लाईन से काटे।
4. निम्न बातों का विशेष ध्यान रखें अन्यथा अनुचित साधनों की रोकथाम अधिनियम के तहत कार्यवाही की जा सकेगी।
   (i) उत्तर पुस्तिका के ऊपर/अन्दर तथा प्रश्नोत्तर के किसी भी भाग में चाही गई सूचना के अलावा अपना नामांक, नाम, पता, फोन नम्बर अथवा पहचान की कोई अन्य प्रकार की सूचना आदि अंकित नहीं करें अन्यथा "अनुचित साधनों के प्रयोग" के अन्तर्गत कार्यवाही की जावेगी।
   (ii) उत्तर पुस्तिका के पृष्ठों को फाड़ें नहीं। उत्तर–पुस्तिका के मुख पृष्ठ पर अंकित संख्या के अनुसार पृष्ठ पूरे होने चाहिये। परीक्षार्थी उत्तरपुस्तिका प्राप्त करते ही पृष्ठ संख्या की जांच कर लें यदि पृष्ठ कम/अधिक या क्रम में नहीं हैं तो वीक्षक से तुरन्त बदलवा लें।
   (iii) परीक्षा केन्द्रों पर पुस्तक, लेख, कागज, केलक्यूलेटर, मोबाईल, पेजर आदि किसी भी प्रकार का इलेक्ट्रॉनिक उपकरण तथा किसी भी प्रकार का हथियार आदि ले जाना निषेध हैं।
   (iv) वस्त्र, स्केल, ज्योमेट्री बॉक्स पर कुछ न लिखकर लावें। टेबुल के आस–पास कोई अवैध सामग्री नहीं होनी चाहिये, इसकी जांच कर लें।
   (v) अपनी उत्तर पुस्तिका/ग्राफ/मानचित्र आदि परीक्षा भवन से बाहर ले जाना दण्डनीय अपराध है, अतः परीक्षा समाप्ति पर उत्तर पुस्तिका वीक्षक को बिना सौंपे परीक्षा कक्ष नहीं छोड़ें।
5. उत्तरों को क्रमानुसार एक ही स्थान पर लिखें। प्रश्न क्रमांक भी सही अंकित करें, अन्यथा दण्ड स्वरूप परीक्षक को 1 अंक कम करने का अधिकार है। बीच में उत्तर पुस्तिका के पृष्ठ रिक्त न छोड़ें। गणित विषय के लिए रफ कार्य उत्तर पुस्तिका के अंतिम पृष्ठों पर करें तथा तिरछी रेखा से काटे।
6. जहाँ तक हो सके प्रश्न के सभी भाग के उत्तर, उत्तर पुस्तिका में एक ही स्थान पर अंकित करें।
7. भाषा विषयों को छोड़कर शेष सभी विषयों के प्रश्न–पत्र हिन्दी–अंग्रेजी दोनों भाषा में मुद्रित है। किसी भी प्रकार की त्रुटि/अन्तर/विरोधाभास होने पर हिन्दी भाषा के प्रश्न को ही सही माना जाये।

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

1. (i) (ब) ~~R स्वतुल्य तथा संक्रामक है किन्तु सममित नहीं है।~~

(ii) (स) ~~$\frac{\pi}{6}$~~

(iii) (स) ~~$\begin{bmatrix} -1 & 5 & 3 \\ 5 & 6 & 0 \end{bmatrix}$~~

(iv) (अ) ~~9~~

(v) (ब) ~~$\frac{\cos 4 - 2}{8}$~~

(vi) (द) ~~(0, 2)~~

(vii) (द) ~~$\tan 4 - x + c$~~

1×15 = 15

(viii) (स) ~~$\frac{3\pi}{4}$~~

(ix) (ब) ~~$\frac{3}{4}$~~

(x) (अ) ~~1~~

(xi) (द) ~~$a = \frac{1}{|x|}$~~

(xii) (स) ~~0, 1, 0~~

(xiii) (ब) ~~$\frac{3}{\sqrt{77}}, \frac{-2}{\sqrt{77}}, \frac{6}{\sqrt{77}}$~~

(xiv) (अ) ~~0.32~~

BSER-175/2023

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

(xv) (a) $\frac{52}{104}$

Q. (i) $[-1, 1]$

(ii) $\pi/3$

(iii) $\pi/6$

(iv) $-\frac{\sin\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

(v) 6π cm² वर्गसेकाई / cm

(vi) 0

(vii) शून्य सदिश

3. (i) सारणिक $\begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix}$

$|A| = \cos^2\theta - (\sin\theta)(-\sin\theta)$

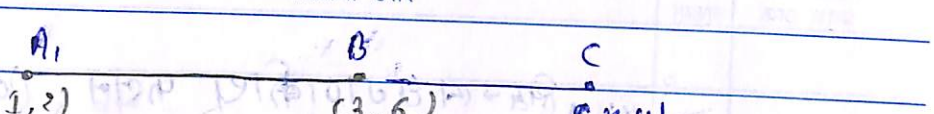
$= \cos^2\theta - (-\sin^2\theta)$

$= \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$|A| = 1$ Ans.

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

(ii)



$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & x \\ 3 & 6 & y \end{vmatrix}$$

$$0 = \frac{1}{2}\left| 1(6-y) + 3(y-2) + x(2-6) \right|$$

$$\Rightarrow 6 - y + 3y - 6 + 2x - 6x \longrightarrow \boxed{0 = 2y - 4x}$$

(iii) एक वृत की त्रिज्या समान रूप से 3cm/s की दर से बढ़ रही है अर्थात्

$$\frac{dr}{dt} = 3 \text{ cm/s}$$

वृत कि त्रिज्या $r = 10$ cm

वृत का क्षेत्रफल $(A) = \pi r^2$

$$\frac{dA}{dt} = ?$$

$$\frac{dA}{dt} = \frac{d(\pi r^2)}{dt}$$

$$\frac{dA}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt}$$

$$\frac{dA}{dt} = 2\pi (10) \times 3$$

$$\frac{dA}{dt} = 60\pi \text{ cm}^2/\text{s}$$

BSER-175/2023

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

(iv) सिद्ध करो कि $\log x$ फलन $(0,\infty)$ में वर्धमान फलन है

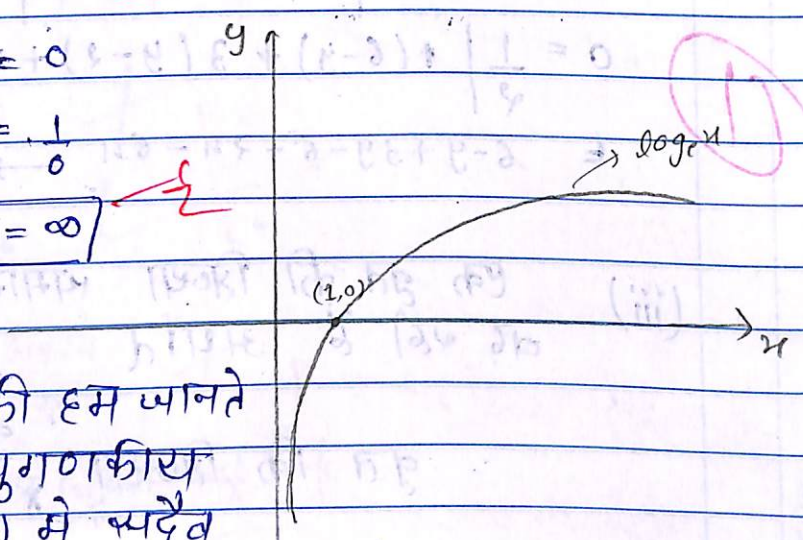
$f(x) = \log x$

$f'(x) = \frac{1}{x}$ माना $f'(x) = 0$

$\frac{1}{x} = 0$

$x = \frac{1}{0}$

$\boxed{x = \infty}$



अतः जैसा की हम जानते हैं कि वर्धमान फलन $(0,\infty)$ में सदैव वर्धमान फलन ही होता है जो कि उपर्युक्त ग्राफ से सिद्ध होता है।

(v) $\int (2x - 3\cos x + e^x)\,dx$

$= \int 2x\,dx - \int 3\cos x\,dx + \int e^x dx$

$= \frac{2x^2}{2} - 3\sin x + e^x + C$

$= x^2 - 3\sin x + e^x + C$ Ans

(vi) $\int \frac{\sin x}{1+\cos x}\,dx$ ⟶ माना $1 + \cos x = t$

दोनो पक्षो का अवकलन करने पर

$\frac{d}{dx}(1+\cos x) = \frac{dt}{dx}$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$-\sin u = \frac{dt}{du}$$

$$\sin u\, du = -dt \quad \text{—(2)}$$

समी. (1) व (2) से $\longrightarrow \int \frac{-dt}{t}$

$$= -\int \frac{dt}{t}$$

$$= -\log t + c$$

$$= -\log(1+\cos u) + c$$

(vii) $y = e^u + 1$, सिद्ध कीजिए $\rightarrow y'' - y' = 0$ —(3)

$$y' = (e^u + 1)'$$

$$y' = e^u \quad \text{—(1)}$$

$$y'' = (e^u)'$$

$$y'' = e^u \quad \text{—(2)}$$

समी (1), (2) व (3) से

$$e^u - e^u = 0$$

$$0 = 0$$

LHS = RHS

इति सिद्धम्

BSER-175/2023

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

(viii) दो बिन्दुओं $P(2,3,4)$ और $Q(4,1,-2)$ को मिलाने वाले सदिश का मध्य बिन्दु →

मध्य P व मध्य बिन्दु के निर्देशांक ⟹

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{तथा} \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}, \quad z = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

$$x = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y = \frac{3+1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$z = \frac{4-2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

अतः मध्य बिन्दु के निर्देशांक = $(3, 2, 1)$ Ans.

(ix) सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$ का सदिश $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ पर प्रक्षेप →

$\vec{a}$ का $\vec{b}$ पर प्रक्षेप $= \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|}$

$$|\vec{b}| = \sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (1)^2} = \sqrt{1+4+1} = \sqrt{6}$$

$$\vec{a}.\vec{b} = (2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}).(\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k})$$
$$= 2 + 6 + 2 = 10$$

अतः $\vec{a}$ का $\vec{b}$ पर प्रक्षेप $= \dfrac{10}{\sqrt{6}}$ Ans

BSER-175/2023

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

(x) $(3\vec{a} - 5\vec{b}) \cdot (2\vec{a} + 7\vec{b}) \rightarrow$

$= (3\vec{a})(2\vec{a}) + (3\vec{a})(7\vec{b}) - (5\vec{b})(2\vec{a}) - (5\vec{b})(7\vec{b})$

$= 6|\vec{a}|^2 + 21\vec{a}\vec{b} - 10\vec{a}\vec{b} - 35|\vec{b}|^2$

$= 6|\vec{a}|^2 + 11\vec{a}\vec{b} - 35|\vec{b}|^2$ Ans.

4. समुच्चय $\{1, 2, 3\}$ में $R = \{(1,2), (2,1)\}$

स्वतुल्य संबंध हेतु → स्वतुल्य संबंध के लिए प्रत्येक $(a,a) \in R$ होना चाहिए परन्तु दिए गए संबंध R में $(1,1)$ तथा $(2,2) \in R$ अतः यह संबंध स्वतुल्य संबंध नहीं है।

सममित संबंध हेतु → सममित संबंध हेतु यदि $(a,b) \in R$ है तो $(b,a) \in R$ होना चाहिए। क्योंकि दिए गए संबंध में $(1,2) \in R$ तथा $(2,1) \in R$ अतः यह सममित संबंध है।

संक्रामक संबंध हेतु → संक्रामक संबंध हेतु यदि $(a,b) \in R$ तथा $(b,c) \in R$ है तो $(a,c) \in R$ होना चाहिए। परन्तु क्योंकि दिए गए संबंध R में $(1,2) \in R$, $(2,1) \in R$ परन्तु $(1,1) \notin R$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

अतः यह संक्रामक संबंध नहीं है।

5. $\cos\theta \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} + \sin\theta \begin{bmatrix} \sin\theta & -\cos\theta \\ \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \sin\theta\cos\theta \\ -\sin\theta\cos\theta & \cos^2\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sin^2\theta & -\sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta & \sin^2\theta \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} \sin^2\theta+\cos^2\theta & \sin\theta\cos\theta - \sin\theta\cos\theta \\ \sin\theta\cos\theta - \sin\theta\cos\theta & \sin^2\theta+\cos^2\theta \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ Ans.

6. $\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$

↳ सिद्ध कीजिए।

LHS $\rightarrow \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\times5-3\times1 & 5\times1-4\times1 \\ 6\times2+7\times3 & 6\times1+7\times4 \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} 10-3 & 5-4 \\ 12+21 & 6+28 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 33 & 34 \end{bmatrix}$ — (1)

RHS $\rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 & -1 \\ 6 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10+6 & -2+7 \\ 15+24 & -3+28 \end{bmatrix}$ (2)

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$= \begin{bmatrix} 16 & 5 \\ 30 & 25 \end{bmatrix} \quad \text{---(2)}$$

अतः (1) व (2) से सिद्ध होता है कि

$$\boxed{LHS \neq RHS}$$ Ans

7 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ⟶ $M_{11} = 4 = A_{11} = (-1)^{1+1} 4 = 4$

$M_{12} = 3 = A_{12} = (-1)^{1+2} 3 = -3$

$M_{21} = 2 = A_{21} = (-1)^{2+1} 2 = -2$

$M_{22} = 1 = A_{22} = (-1)^{2+2} 1 = +1$

सहखण्ड $= \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ परिवर्त ⟶ $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$

अतः सहखण्डज $= \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ Ans.

8. $\sin^2 x + \cos^2 y = 1$, $\frac{dy}{dx}$ ⟶ ज्ञात कीजिए

$2\sin x \cos x + 2\cos y (-\sin y) \frac{dy}{dx} = 0$

$2\sin x \cos x - 2\sin y \cos y \frac{dy}{dx} = 0$

$\{\because 2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta\}$ अतः

$\sin 2x - \sin 2y \frac{dy}{dx} = 0$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

$$\sin^2 y \frac{dy}{du} = \sin^2 u$$

$$\frac{dy}{du} = \frac{\sin^2 u}{\sin^2 y}$$ Ans.

9. $\log(\cos e^u)$ का u के सापेक्ष अवकलन →

$$\frac{d[\log(\cos e^u)]}{du} = \frac{1}{\cos e^u}(\cos e^u)'$$

$$= \frac{1}{\cos e^u}(-\sin e^u).(e^u)'$$

$$= -\frac{\sin e^u}{\cos e^u}.e^u$$

$$= -\tan e^u . e^u$$ Ans

10. $x = 4t$, $y = \frac{4}{t}$ दिया है तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए

$$\frac{dx}{dt} = d(4t) \quad \text{—(1)}$$

$$\frac{dx}{dt} = 4 \quad \text{—(1)}$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{4}{t}\right)$$

$$\frac{dy}{dt} = 4\left(\frac{-1}{t^2}\right)$$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{4}{t^2} \quad \text{—(2)}$$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

BSER-175/2023

समी (2) में एक का भाग देने पर

$$\frac{dy/dx}{dx/dx} = \frac{-4/t^2}{4}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-4}{4t^2}$$

$$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{-1}{t^2}}$$ Ans.

11. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 100$

$f'(x) = 3x^2 - 6x + 3$ ——— (1)

माना $f'(x) = 0$

तब $3x^2 - 6x + 3 = 0$

$3(x^2 - 2x + 1) = 0$

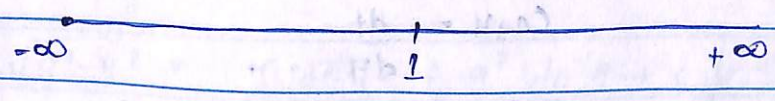
$x^2 - 2x + 1 = 0$

$x^2 - x - x + 1 = 0$

$x(x-1) - 1(x-1) = 0$

$(x-1)(x-1) = 0$

$\boxed{x = 1}$



$(-\infty, 1)$ में से $x = 0$ रखने पर

$f'(0) = 3(0)^2 - 6(0) + 3$

$f'(0) = 3 > 0$

अतः $f(x)$, $(-\infty, 1)$ में वर्धमान है।

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

$(1, \infty)$ में से $x = 2$ रखने पर

$f'(2) = 3(2)^2 - 6(2) + 3$

$= 3 \times 4 - 6 \times 2 + 3$

$= 12 - 12 + 3$

$= 3 > 0$

अतः $(1, \infty)$ में $f(x)$ वर्धमान है

अतः सिद्ध होता है कि $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 100$ R में अर्थात् $(-\infty, \infty)$ तक वर्धमान है।

BSER-175/2023

12. $\int \sin^3 x \cos^3 x \, dx$

$= \int \sin^3 x \cos^3 x \, dx \quad \{\because \sin^2\theta = \cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta\}$

$= \int \sin^3 x \cdot \cos^2 x \cdot \cos x \, dx$

$= \int \sin^3 x \cdot (1 - \sin^2 x) \cos x \, dx \quad \text{— (1)}$

माना $\sin x = t \quad \text{— (2)}$

दोनो पक्षो मे अवकलन करने पर

$\cos x = \frac{dt}{dx}$

$\cos x \cdot dx = dt \quad \text{— (3)}$

समी. (1), (2) व (3) से

$\int t^3 (1 - t^2) \, dt$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$= \int (t^3 - t^5)\, dt$$

$$= \int t^3 dt - \int t^5 dt$$

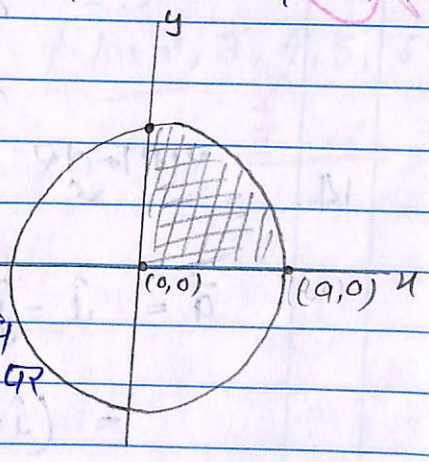
$$= \frac{t^4}{4} - \frac{t^6}{6} + c$$

t का मान रखने पर

$$\frac{(\sin x)^4}{4} - \frac{(\sin x)^6}{6} + c$$

$$= \frac{\sin^4 x}{4} - \frac{\sin^6 x}{6} + c$$ Ans.

13. वृत $x^2 + y^2 = a^2$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल = ?



$$x^2 + y^2 = a^2$$

$$y^2 = a^2 - x^2$$

$$y = \sqrt{a^2 - x^2}$$

दोनो पक्षो मे समाकलन करने पर

$$\int y = \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2}$$

$$\left\{ \because \int \sqrt{a^2 - x^2} = \frac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a} + c \right\}$$

$$y = \left[\frac{x}{2}\sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{x}{a} \right]_0^a$$

BSER-175/2023

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

$$y = \left[\frac{a}{2}\sqrt{a^2-a^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{a}{a} - \left(\frac{0}{2}\sqrt{a^2-0} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\frac{0}{a}\right)\right]$$

$$= \left[\frac{a^2}{2}\sin^{-1}(1)\right]$$

$$= \frac{a^2}{2}\left\{\frac{\pi}{2}\right\} \qquad \left\{\because \sin^{-1}(1) = \frac{\pi}{2}\right\}$$

$$= \frac{a^2\pi}{4} \text{ वर्ग इकाई}$$

अतः सम्पुर्ण वृत का क्षेत्रफल →

$$y = 4\left(\frac{a^2\pi}{4}\right) \text{ वर्ग इकाई}$$

$$= \pi a^2 \text{ वर्ग इकाई}$$

14. समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= |\vec{a} \times \vec{b}|$

$\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ और $\vec{b} = 2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k}$

$$= (\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) \times (2\hat{i} - 7\hat{j} + \hat{k})$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -1 & 3 \\ 2 & -7 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= [(-1)(1) - (-7)(3)]\hat{i} - (1-6)\hat{j} + [(-7) - (-2)]\hat{k}$$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$= (-1+21)\hat{i} - (-5)\hat{j} + (-5)\hat{k}$

$= 20\hat{i} + 5\hat{j} - 5\hat{k}$

$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{(20)^2 + (5)^2 + (-5)^2}$

$= \sqrt{400 + 25 + 25} = \sqrt{450}$ वर्ग इकाई

$= 15\sqrt{2}$ वर्ग इकाई

15. एक न्याय पासे को उछाला जाता है तो घटनाएँ

$E = \{1, 3, 5\}$, $F = \{2, 3\}$, $G = \{2, 3, 4, 5\}$

$P(E/F) = ?$ और $P(F/E) = ?$

एक न्याय पासे को उछालने पर कुल परिणाम = 6

$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$P(E) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$P(F) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$P(E \cap F) = \frac{1}{6}$

$P(E/F) = \frac{P(E \cap F)}{P(F)} = \frac{1/6}{1/3} = \boxed{\frac{1}{2}}$ Ans

$P(F/E) = \frac{P(E \cap F)}{P(E)} = \frac{1/6}{1/2} = \boxed{\frac{1}{3}}$ Ans

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

16 $\int \frac{x^2}{\sqrt{x^6+a^6}}\,dx \longrightarrow$

$\int \frac{x \cdot dx}{(x+1)(x+2)} =$

$\frac{x}{(x+1)(x+2)} = \frac{A}{(x+1)} + \frac{B}{(x+2)}$

$\frac{x}{(x+1)(x+2)} = \frac{A(x+2) + B(x+1)}{(x+1)(x+2)}$

$x = Ax + 2A + Bx + B$

$x = x(A+B) + 2A + B$

तुलना करने पर

$A + B = 1 \quad -(1)$

$2A + B = 0$

$B = -2A \quad -(2)$

समी. (1) व (2) से

$A - 2A = 1$

$-A = 1$

$\boxed{A = -1}$

A का मान समी. (2) में रखने पर

$B = -2(-1)$

$\boxed{B = 2}$

BSER-175/2023

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$\int \frac{x\,dx}{(x+1)(x+2)} = \int \frac{-1\,dx}{(x+1)} + \int \frac{2}{(x+2)}\,dx$$

$$= -\log(x+1) + 2\log(x+2) + c$$

$$= -\log(x+1) + \log(x+2)^2 + c$$

$$= \boxed{\log\left|\frac{(x+2)^2}{(x+1)}\right| + c}$$

17. $\dfrac{x\,dy}{dx} + 2y = x^2 \quad \{(x \neq 0)\}$

$$x\left[\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x}\right] = x^2$$

$$\frac{dy}{dx} + \left(\frac{2}{x}\right)y = \frac{x^2}{x}$$

$$\frac{dy}{dx} + \frac{2}{x}\cdot y = x$$

यहाँ $P = 2/x$ तथा $Q = x$

$(I.F)$ = समाकलन गुणांक $= e^{\int \frac{2}{x}dx}$

$= e^{2\log x}$

$= e^{\log x^2}$

$(I.F) = x^2$

$I.F \cdot y = \int Q \cdot I.F\,dx + c$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$x^2 \cdot y = \int x \cdot x^2 \cdot dx + c$$

$$x^2 \cdot y = \int x^3 dx + c$$

$$x^2 \cdot y = \frac{x^4}{4} + c$$

$$y = \frac{x^4}{x^2 4} + \frac{c}{x^2}$$

$$\boxed{y = \frac{x^2}{4} + cx^{-2}}$$ Ans

18. $\vec{r} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$

$$\vec{r} = (5\hat{i} - 2\hat{j}) + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$$

∴

यहाँ $x_1 = 3$, $y_1 = 2$, $z_1 = -4$

$x_2 = 5$, $y_2 = -2$, $z_2 = 0$

$a_1 = 1$, $b_1 = 2$, $c_1 = 2$

$a_2 = 3$, $b_2 = 2$, $c_2 = 6$

$$\cos\theta = \frac{a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}$$

$$\cos\theta = \frac{(1)(3) + (2)(2) + (2)(6)}{\sqrt{(1)^2 + (2)^2 + (2)^2}\sqrt{(3)^2 + (2)^2 + (6)^2}}$$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$\cos\theta = \frac{3+4+12}{\sqrt{1+4+4}\sqrt{9+4+36}} = \frac{19}{\sqrt{9}\sqrt{49}} = \frac{19}{3\times 7} = \frac{19}{21}$$

$$\cos\theta = \frac{19}{21}$$

$$\boxed{\theta = \cos^{-1}\left(\frac{19}{21}\right)}$$ Ans.

19. एक परिवार में कुल बच्चे = दो { लड़की = G, लड़का = B }

कुल परिणाम = {(G,G), (G,B), (B,G), (B,B)}

ज्ञात है कि दोनो बच्चो मे से एक बच्चा लडका है अत: कम से कम एक बच्चा लड़का होने की प्रायिकता = $\frac{3}{4}$ {(G,B), (B,G), (B,B)}

दोनो बच्चो के लडका होने की प्रायिकता = $\frac{1}{4}$ {(B,B)}

20. $\int_{-1}^{1} 5x^4\sqrt{x^5+1}\,dx$ → ① माना $\boxed{x^5+1 = t}$ → ②

दोनो पक्षो मे अवकलन करने पर

$$\frac{d(x^5+1)}{dx} = \frac{dt}{dx}$$

$$\boxed{5x^4\,dx = dt} \quad \text{—③}$$

समी ② से $(x=-1)$ पर $(t=0)$

तथा $(x=1)$ पर $(t=2)$

समी. ① ② व ③ से

$$\int_0^2 \sqrt{t}\,dt = \int_0^2 t^{1/2}\,dt$$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक | प्रश्न संख्या | परीक्षार्थी उत्तर

$$= \left[\frac{t^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + t \right]_0^2 = \left[\frac{2}{3} t^{3/2} \right]_0^2$$

$$= \frac{2}{3} \left[(x^5+1)^{3/2} \right]_0^2$$

$$= \int_0^2 t^{1/2} \, dt$$

$$= \left[\frac{2t^{3/2}}{3} \right]_0^2$$

$$= \frac{2}{3} \left[t^{3/2} \right]_0^2$$

$$= \frac{2}{3} \left[(2)^{3/2} - (0)^{3/2} \right]$$

$$= \frac{2}{3}(2\sqrt{2}) = \boxed{\frac{4\sqrt{2}}{3}}$$ Ans.

२. l_1 और l_2 के बीच की न्यूनतम दूरी →

$$d = \left| \frac{(\vec{b}_1 \times \vec{b}_2) \cdot (\vec{a}_2 - \vec{a}_1)}{|\vec{b}_1 \times \vec{b}_2|} \right|$$

$$\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$$

$$\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu(3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$$

BSER-175/2023

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

$\vec{b_1} \times \vec{b_2} = (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) \times (3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & -5 & 2 \end{vmatrix}$$

$= (-2+5)\hat{i} - \hat{j}(4-3) + \hat{k}(-10+3)\hat{k}$

$= \underline{3\hat{i} - \hat{j} - 7\hat{k}}$

$\vec{a_2} - \vec{a_1} = (2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) - (\hat{i} + \hat{j} + 0\hat{k})$

$= 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} - \hat{i} - \hat{j}$

$= \hat{i} - \hat{k}$

$|\vec{b_1} \times \vec{b_2}| = \sqrt{(3)^2 + (-1)^2 + (-7)^2} = \sqrt{9+1+49} = \sqrt{59}$

$d = \left| \frac{(3\hat{i} - \hat{j} - 7\hat{k}) \cdot (\hat{i} - \hat{k})}{\sqrt{59}} \right|$

$d = \left| \frac{3 + 0 + 7}{\sqrt{59}} \right| = \frac{10}{\sqrt{59}}$ इकाई

22. $z = 4x + y$ का आलेखीय विधि से अधिकतमीकरण

$x + y \leq 50$, $3x + y \leq 90$, $x \geq 0$, $y \geq 0$

$x + y = 50$

x	0	50
y	50	0

$3x + y = 90$

x	0	30
y	90	0

$x = 0$ | $y = 0$

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

समीकरणों में सत्यता की जाँच
$(x, y) = (0, 0)$ रखने पर

$x + y \leq 50$	$3x + y \leq 90$	$x \geq 0$	$y \geq 0$
$0 + 0 < 50$	$3(0) + 0 < 90$	$0 = 0$	$0 = 0$
$0 < 50$	$0 < 90$	सत्य	सत्य
(सत्य)	(सत्य)		

$Z =$	$4x + y$	
$(0, 0)$	$4(0) + 0 = 0$	
$(30, 0)$	$4(30) + 0 = 120$	→ अधिकतम
$(0, 50)$	$4(0) + 50 = 50$	
$(20, 30)$	$4(20) + 30 = 80 + 30 = 110$	

अतः $Z = 4x + y$ में $\underline{(30, 0)}$ पर अधिकतमीकरण

19. एक पासे को एक बार उछालने पर कुल परिणाम = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = 6$

(E) पासे पर प्राप्त संख्या 3 का अपवर्त्य = $\{3, 6\} = 2$

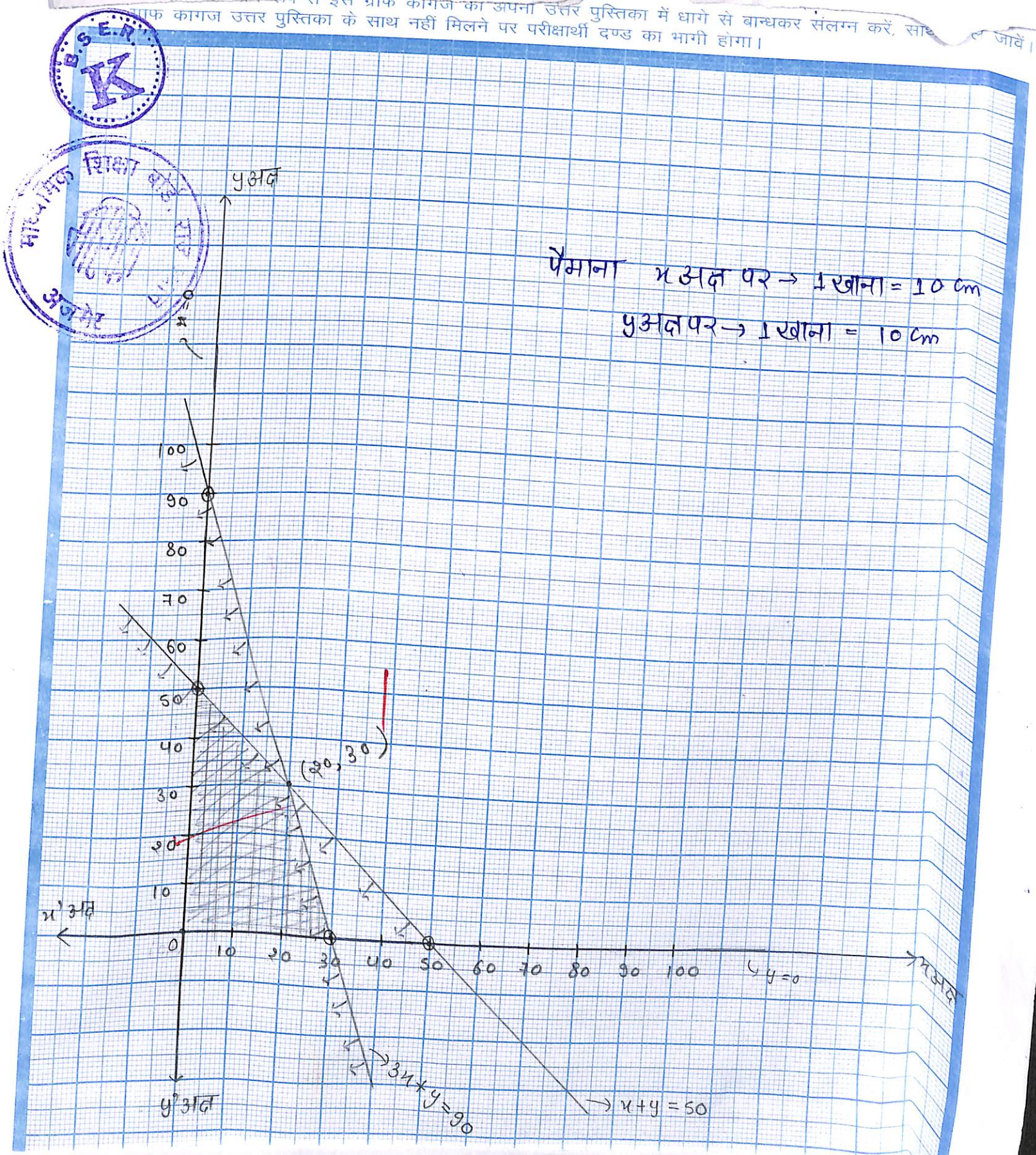
$$P(E) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

पासे पर सम संख्या प्राप्त होने के परिणाम = 3 $\{2, 4, 6\}$

$$P(F) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

$$P(E \cap F) = \frac{1}{6}$$

ग्राफ कागज उत्तर पुस्तिका के साथ नहीं मिलने पर परीक्षार्थी दण्ड का भागी होगा।



स्वतंत्र घटना के लिए आवश्यक है की

$$P(E \cap F) = P(A) \cdot P(B)$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

अतः यह घटनाएँ E और F स्वतंत्र घटनाहै

समाप्त

BSER-175/2023

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

BSER-175/2023

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

BSER-175/2023

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

BSER 175/2025

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

BSER-175/2023

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

BSER-175/2023

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

BSER-175/2023

एफ कार्य

परीक्षक द्वारा प्रदत्त अंक	प्रश्न संख्या	परीक्षार्थी उत्तर

$$\int \frac{x^5}{\sqrt{x^6+a^6}}\,dx = \frac{x^3}{\sqrt{(x^3)^2+(a^3)^2}}$$

माना $x^3 = t$

$3x^2\,dx = dt$

$x^2\,dx = \frac{dt}{3}$

$$\frac{1}{3}\int \frac{dt}{\sqrt{t^2+(a^3)^2}}$$

$$\frac{1}{3}\log\left|t+\sqrt{t^2+(a^3)^2}\right|$$

$$\frac{1}{3}\log\left|x^3+\sqrt{x^6+a^6}\right|$$

$x\frac{dy}{dx} + 2y = x^2$

$x\left(\frac{dy}{dx} + \frac{2y}{x}\right) = x^x$

$\frac{dy}{dx} + \left(\frac{2}{x}\right)y = x$

$IF = e^{\int \frac{2}{x}dx}$

$e^{2\log x}$

$\frac{1}{x} = \frac{A}{(x+1)} + \frac{B}{(x+2)}$

$x = Ax + 2A + Bx + B$

$x = x(A+B) + 2A + B$

$A + B = 1$

$2A + B = 0$

$B = -2A$

$A - 2A = 1$

$A = -1$

$B = 2$

$$\log\left(\frac{x+1}{x+2}\right)^2$$

$$\log\frac{(x+1)^2}{(x+2)^2}$$

$$\log\frac{(x+1)^2}{(x+2)^2}\times\frac{x}{x}$$

$$\log\frac{x^2+2x+1}{x^2+4x+4}\times\frac{x}{x}$$

$$\log\frac{x^3+2x^2+x}{x^3+4x^2+4x}$$

$$\log\frac{x^3+4x^2+4x}{x^3+2x^2+x}$$

$$\log\frac{x(x+2)^2}{x(x+1)^2}$$

$$\log\left(\frac{x+2}{x+1}\right)^2$$

$$2\log\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$$

$$2\log(x+2) - 2\log(x+1)$$

BSER-175/2023